

# **Lomené výrazy**

## **9. ročník**

**řešení**

**www.sedovamatika.cz**

**aktualizace: 6. 11. 2024**

## Lomené výrazy 1 – {opakování 8. ročníku: Výrazy 13}

Odstraň závorku

$$-(a - b) = \underline{-a + b}$$

$-(b)$

$$-(b + 3a) = \underline{-b - 3a}$$

$$-(a^2 - 3a) = \underline{a^2 + 3a}$$

$-b + 3a$

Vytkni mínus před závorku

$$-a + b = -(\underline{+a - b}) = -(a - b)$$

$$-b - 3a = -(\underline{b + 3a})$$

$$2a^2 + b = -(-2a^2 - b)$$

$$-a^2 - 3a = -(a^2 + 3a)$$

$$-4 + a^2b = -(4 - a^2b)$$

$$3x - 2y = -(-3x + 2y)$$

$$4b - 3 = -(-4b + 3)$$

$$-2a - 1 = -(2a + 1)$$

$$-12a + 4b - 8 = -(-12a + 4b + 8)$$

$$-3a + 2b - 5 = -(-3a + 2b - 5)$$

$$-2 + 2a - 3a^2 = -(2 + 2a + 3a^2)$$

$$-9c - 2x + 4 = -(-9c + 2x - 4)$$

$$-6a^2 + 5a - 3 = -(-6a^2 - 5a + 3)$$

$$-6b^3 - 4b^2 + 3b = -(-6b^3 + 4b^2 - 3b)$$

$$-4c + a + b + d = -(4c - a - b - d)$$

Vytkni před závorku (mínus když jsou záporné oba členy)

$$2 \cdot a + 2 \cdot b = 2 \cdot (a + b)$$

$$\frac{2a}{2} : 2 = a \quad \frac{2b}{2} : 2 = b$$

kontrola – rozvášobit

$$3a^2 + 3a = 3a(a + 1)$$

$$\frac{3a^2}{3a} : 3a = a$$

$$\frac{3a}{3a} : 3a = 1$$

$$-a - b = -(a + b)$$

$$2a - 2b = 2 \cdot (a - b)$$

$$a^3 + a = a \cdot (a^2 + 1)$$

$$8a - 16 = 8(a - 2)$$

$$16x^2 - 4 = 4(4x^2 - 1)$$

$$2a^2b + 2ab^2 = 2ab(a + b)$$

společný a

$$2ab + 3ac = a \cdot (2b + 3c)$$

$$\frac{2ab}{2a} : 2a = b \quad \frac{3ac}{3a} : 3a = c$$

$$24a - 12a^2 = 12a \cdot (2 - a)$$

$$\frac{24a}{12a} : 12a = 2 \quad \frac{12a^2}{12a} : 12a = a$$

$$2a^2 + a = a \cdot (2a + 1)$$

rozvášobit  
↑ Pro kontrolu

$$-12a^2 - 12a = -12a(a + 1)$$

$$6a^2 - 4a^3 = 2a^2(3 - 2a)$$

$$6a^2 - 4a^3 = 2a^2(3 - 2a)$$

$$8a^2b + 2ab = 2ab \cdot (4a + 1)$$

$$-10a^2 - 24ab = -2a(5a + 12b)$$

$$-24abc - 12a^2c = -12ac(2b + a)$$

$$-6a - 3b - 3c = -3(2a - b - c)$$

$$-3a^4 + 3a^3 + 3a^2 = 3a^2(-a^2 + a + 1)$$

$$6b^2 \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x^2 - x^2 = \cancel{x^2} \cdot (6b^2 + 2b - 1)$$

$$12a^2b - 4ab + 8abc = 4ab \cdot (3a - 1 + 2c)$$

Z daného výrazu vytkněte  $(-3x)$  (Cermat)

$$-6x^2 - 3x + 9xy = -3x(2x + 1 - 3y)$$

Z daného výrazu vytkněte  $(-3y)$

$$-3y^2 - 9y + 6xy = -3y(y + 3 - 2x)$$

## Lomené výrazy 2 – {opakování 8. ročníku: Výrazy 14}

Roznásob pomocí vzorce  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a+b)^2 = \underbrace{(a+b) \cdot (a+b)}_{= a^2 + ab + ab + b^2} = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$$

$2ab \rightarrow 2 \cdot a \cdot 1$

$$(a+5)^2 = a^2 + 10a + 25$$

$2 \cdot a \cdot 5$

$$(2a+b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$$

$2 \cdot 2a \cdot b$

$$(2a+3)^2 = 4a^2 + 12a + 9$$

$2 \cdot 2a \cdot 3$

$$(6a+5b)^2 = 36a^2 + 60ab + 25b^2$$

$2 \cdot 6a \cdot 5b$

Roznásob pomocí vzorce  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$(a-b)^2 = \underbrace{(a-b)(a-b)}_{= a^2 - ab - ab + b^2} = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1$$

$2 \cdot a \cdot 1$

$$(a-4)^2 = a^2 - 8a + 16$$

$2 \cdot a \cdot 4$

$$(2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

$2 \cdot 2x \cdot 1$

→ Příklad:  $(1-2x)^2$   
To same!

$$(3a-2)^2 = 9a^2 - 12a + 4$$

$2 \cdot 3a \cdot 2$

$$(6-7b)^2 = 36 + 48b + 49b^2$$

$2 \cdot 6 \cdot 7b$

Zjednoduš (Cermat)

$$(2x+5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$$

$2 \cdot 2x \cdot 5$

$$(3x-4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$\begin{matrix} a=x \\ b=y \end{matrix}$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$2ab \dots 2 \cdot x \cdot 2$

$$(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$2 \cdot 2x \cdot 1$

$$(x+3y)^2 = x^2 + 6xy + (3y)^2 = x^2 + 6xy + 9y^2$$

$\hookrightarrow 2 \cdot x \cdot 3y = 6xy$

$$(2x+2y)^2 = 4x^2 + 8xy + 4y^2$$

$2 \cdot 2x \cdot 2y$

$$(5x+4y)^2 = 25x^2 + 40xy + 16y^2$$

$2 \cdot 5x \cdot 4y$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$2 \cdot x \cdot 2$

$$(1-2x)^2 = 1 - 4x + 4x^2$$

$2 \cdot 1 \cdot 2x$

$$(x-3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$$

$2 \cdot x \cdot 3y$

$$(5x-5y)^2 = 25x^2 - 50xy + 25y^2$$

$2 \cdot 5x \cdot 5y =$

$$(3x+10)^2 = 9x^2 + 60x + 100$$

$2 \cdot 3x \cdot 10$

$$(2a+3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$$

$$(0,3x+0,5)^2 = 0,09x^2 + 0,3x + 0,25$$

$2 \cdot 0,3 \cdot 0,5$

$$\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2 = 4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$$

$2 \cdot 2x \cdot \frac{1}{2}$

$$\left(\frac{2}{3}a-3\right)^2 = \frac{4}{9}a^2 - 4a + 9$$

$2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3$

## Lomené výrazy 3 – {opakování 8. ročníku: Výrazy 15}

$$(a+b)(a+b)$$

Pokud lze, uprav na součin pomocí vzorce  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot a \cdot b = 2ab \quad \checkmark$$

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot 2 = 4x \quad \checkmark$$

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot 4 = 8x \quad \checkmark$$

$$x^2 + 16x + 36 \neq (x + 6)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot 6 = 12x \quad \text{NELZE}$$

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = (x - 3y)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot 3y = 6xy \quad \checkmark$$

$$4x^2 + 16xy + 4y^2 \neq (2x + 2y)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 2x \cdot 2y = 8xy \quad \text{NELZE}$$

$$9x^2 - 12x + 4 = (3x - 2)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 3x \cdot 2 = 12x \quad \checkmark$$

$$16x^2 - 8x + 1 = (4x - 1)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 4x \cdot 1 = 8x \quad \checkmark$$

$$81a^2 - 18a + 1 = (9a - 1)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 9a \cdot 1 = 18a \quad \checkmark$$

$$x^2 + x + \frac{1}{4} = (x + \frac{1}{2})^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} = x \quad \checkmark$$

Doplň čísla aby rovnost dávala smysl

$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$2 \cdot x \cdot 3 = 6x$$

$$(a - 5)^2 = a^2 - 10a + 25$$

$$2 \cdot a \cdot 5$$

$$(4c + 5)^2 = 4c^2 + 20c + 25$$

$$\downarrow \\ \begin{matrix} 2 \cdot a \cdot b \\ 2 \cdot 4 \cdot 5 \end{matrix} \quad 20c : 10 = 2c$$

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot 1 = 2x \quad \checkmark$$

$$x^2 - 8x + 4 \neq (x - 2)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot 2 = 4x \quad \text{NELZE}$$

$$z^2 + 10z + 25 = (z + 5)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot z \cdot 5 = 10z \quad \checkmark$$

$$4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 2x \cdot 1 = 4x \quad \checkmark$$

$$25y^2 + 30y + 9 = (5y + 3)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 5y \cdot 3 = 30y \quad \checkmark$$

$$4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 2x \cdot 5 = 20x \quad \checkmark$$

$$4y^2 - 6y + 4 \neq (2y - 2)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 2y \cdot 2 = 8y \quad \text{NELZE}$$

$$25x^2 + 40x + 16y^2 \neq (5x + 4y)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 5x \cdot 4y = 40xy \quad \text{NELZE}$$

$$100b^2 - 100bc + 25c^2 = (10b - 5c)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 10b \cdot 5c = 100bc \quad \checkmark$$

$$9x^2 - x + \frac{1}{9} \neq (3x - \frac{1}{3})^2$$

NELZE

$$\text{kont: } 2 \cdot 3x \cdot \frac{1}{3} = 2x$$

$$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$2 \cdot x \cdot 3 = 6x$$

$$(y + 6)^2 = y^2 + 12y + 36$$

$$\downarrow \\ \begin{matrix} 2 \cdot a \cdot b \\ 2 \cdot y \cdot 6 \end{matrix} = 12y \rightarrow 12y : 2y = 6$$

$$(k + \frac{3}{4})^2 = k^2 + \frac{3}{2}k + \frac{9}{16}$$

$$2 \cdot k \cdot \frac{3}{4}$$

## Lomené výrazy 4 – {opakování 8. ročníku: Výrazy 16}

Roznásob pomocí vzorce  $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

$+b \cdot (-b) = -b^2$

$$(x+y) \cdot (x-y) = x^2 - y^2$$

$x^2 - \cancel{xy} + \cancel{xy} - y^2$

$$(2-b) \cdot (2+b) = 4 - b^2$$

kouzlo:  $4 + 2b - 2b - b^2$

$$(5a+1) \cdot (5a-1) = 25a^2 - 1$$

$$(2x+3) \cdot (2x-3) = 4x^2 - 9$$

$$(b-a) \cdot (b+a) = b^2 - a^2$$

$$(-2x+y) \cdot (2x+y) = y^2 - 4x^2$$

$y-2x \quad y+2x$

$$(-x+2y) \cdot (2y+x) = 4y^2 - x^2$$

$2y-x \quad 2y+x$

$$(a-\sqrt{b}) \cdot (a+\sqrt{b}) = a^2 - b$$

$$(\sqrt{b})^2 = b \quad b > 0$$

$$(5+\sqrt{5}) \cdot (5-\sqrt{5}) = 25 - 5 = 20$$

$$(a+1) \cdot (a-1) = a^2 - 1$$

kouzlo:  $a^2 - \cancel{a} + \cancel{a} - 1 \quad \cancel{1 \cdot (-1)} = -1$

$$(2+b) \cdot (2-b) = 4 - b^2$$

kouzlo:  $4 - \cancel{2b} + \cancel{2b} - b^2$

$$(5a-1) \cdot (5a+1) = 25a^2 - 1$$

$$(3a+2b) \cdot (3a-2b) = 9a^2 - 4b^2$$

$$(5y-6) \cdot (5y+6) = 25y^2 - 36$$

$$(-a+b) \cdot (a+b) = -a^2 + b^2 =$$

$\hookrightarrow (-a-b) \cdot (b+a) = b^2 - a^2 = -a^2 + b^2$

$$(-a+b) \cdot (-a-b) = a^2 - b^2$$

kouzlo:  $a^2 + \cancel{ab} - \cancel{ab} - b^2$

$$(-3a+b) \cdot (3a+b) = -9a^2 + b^2$$

$$(a+\sqrt{2}) \cdot (a-\sqrt{2}) = a^2 - 2$$

$$(\sqrt{2})^2 = 2$$

$$(300+\sqrt{1000}) \cdot (300-\sqrt{1000}) = 30000 - 1000 = 29000$$

Uprav na součin pomocí vzorce  $a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b)$

$$x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$

$$y^2 - 4 = (y-2)(y+2)$$

$$1 - x^2 = (1+x)(1-x)$$

$$4y^2 - 1 = (2y+1)(2y-1)$$

$$4z^2 - 9 = (2z-3)(2z+3)$$

$$9y^2 - 25 = (3y+5)(3y-5)$$

$$1 - 81a^2 = (1+9a)(1-9a)$$

$$144x^2 - 169 = (12x+13)(12x-13)$$

$$-4 + 9y^2 = (3y+2)(3y-2)$$

$$-x^2 + 9y^2 = (3y-x)(3y+x)$$

$$36z^2 - 25x^2 = (6z+5x)(6z-5x)$$

$$100a^2 - 25b^2 = (10a+5b)(10a-5b)$$

$$z^2 - \frac{1}{4} = \left(z + \frac{1}{2}\right)\left(z - \frac{1}{2}\right)$$

$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{3}x - 1$$

$$\frac{1}{9}x^2 - 1 = \left(\frac{1}{3}x + 1\right)\left(\frac{1}{3}x - 1\right)$$

$$\frac{1}{36}b^2 - \frac{1}{16}c^2 = \left(\frac{1}{6}b + \frac{1}{4}c\right) \cdot \left(\frac{1}{6}b - \frac{1}{4}c\right)$$

$$-\frac{9}{25}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = \left(\frac{3}{5}x + \frac{2}{5}y\right) \left(\frac{3}{5}x - \frac{2}{5}y\right)$$

$$\frac{1}{4}y^2 - \frac{9}{25}x^2$$

## Lomené výrazy 5 – {opakování 8. ročníku: Výrazy 17}

Doplň tabulkou

Tvar bez závorek	Součinový tvar	Tvar bez závorek	Součinový tvar
$x^2 + x$ 1. Výzkumník (1. co vyzkouším)	vzor: $x(x+1)$	$y^2 - 6y + 9$	$(y-3)^2$ Kontrola: $2 \cdot y \cdot 3 = 6y$ ✓
$a^2 + 2ab + b^2$ 2. Vzorec – Pokud jsou totožné nuly zloubenou proskočnou čísel	( $a+b$ ) <sup>2</sup>	$2y^2 - 2$	$2 \cdot (y^2 - 1)$ $2 \cdot (y+1)(y-1)$
$y^2 - 1$ 3. Zde obě odmocnit a je tam minus	vzor: $(y-1)(y+1)$	$y^2 - 10y + 25$	$(y-5)^2$ Kontrola: $2 \cdot y \cdot 5 = 10y$ ✓
$2y^2 + 4y$	$2y(y+2)$	$9a^2 - 30a + 25$	$(3a-5)^2$
$9 - a^2$	$(3-a) \cdot (3+a)$	$a^2 - 81$	$(a-9) \cdot (a+9)$
$y^2 - 4y + 4$ kontrola: $2 \cdot y \cdot 2 = 4y$ ✓	$(y-2)^2$	$8b^2 - 8$	$8 \cdot (b^2 - 1)$ $8 \cdot (b-1)(b+1)$
$y^2 - 4$	$(y+2)(y-2)$	$64b^2 - 16b + 1$	$(8b-1)^2$ kontrola: $2 \cdot 8b \cdot 1 = 16b$ ✓
$y^2 - 4y$	$y \cdot (y-4)$	$b^2 + 20b + 100$	$(b+10)^2$ kontrola: $2 \cdot b \cdot 10 = 20b$ ✓
$9a^2 - 25$	$(3a-5) \cdot (3a+5)$	$4b^2 - 4b + 1$	$(2b-1)^2$
$16a^2 - 81$	$(4a-9) \cdot (4a+9)$	$1 - x^2$	$(1+x)(1-x)$
$9b^2 - 4$	$(3b+2)(3b-2)$	$25 - 30b + 9b^2$	$(5-3b)^2$
$b^2 - 4b + 4$ kontrola: $2 \cdot b \cdot 2 = 4b$ ✓	$(b-2)^2$	$\frac{x^2}{9} + x + \frac{9}{4}$	$\left(\frac{x}{3} + \frac{3}{2}\right)^2 =$
$4b^2 - 4b + 1$ kontrola: $2 \cdot 2b \cdot 1 = 4b$ ✓	$(2b-1)^2$	$y^2 + y + \frac{1}{4}$	$(y + \frac{1}{2})^2$ kontrola: $2 \cdot y \cdot \frac{1}{2} = y$
$b^2 - 6b + 9$	$(b-3)^2$	$4 - 25b$	$(2-5b) \cdot (2+5b)$
$4x^2 + 2x$	$2x(2x+1)$	$25y^2 - 40y + 16$	$(5y-4)^2$ kontrola: $2 \cdot 5y \cdot 4 = 40y$ ✓
$25 + 10b + b^2$	$(5+b)^2$	$-7y^2 + 28$ $28 - 2y^2$	$7 \cdot (4-y^2)$ $7 \cdot (2-y)(2+y)$
$16y^2 - 9$	$(4y+3)(4y-3)$	$a^2 - 10a + 25$	$(a-5)^2$
$4y^2 + 4y$	$4y(y+1)$	$\frac{9y^2}{4} + 6y + 4$ $2 \cdot \frac{3y}{2} \cdot 2$	$\left(\frac{3y}{2} + 2\right)^2 =$
$9 - 25b$	$(3-5b) \cdot (3+5b)$	$(ab)^2 - 1$ $a^2b^2 - 1$	$(ab-1)(ab+1)$

## Lomené výrazy 6 – {opakování 8. ročníku: Výrazy 18}

Zjednodušte a rozložte na součin (Cermat)

$$1) \quad 4a^2 - 9 = (2a+3)(2a-3)$$

$$2) \quad p^2 - 16 = (p-4)(p+4)$$

$$3) \quad (4a)^2 - 9 \cdot 9 = (4a-9)(4a+9)$$

$16a^2 - 81$

$$4) \quad 9a^2 - 30a + 25 = (3a-5)^2$$

kontrola:  $2 \cdot 3a \cdot 5 = 30a \checkmark$

$$5) \quad 49 - (-4a)^2 = 49 - 16a^2 = (7-4a) \cdot (7+4a)$$

$(-4a)^2 = 16a^2$

$$6) \quad (4+x) \cdot x + 2x^2 = 4x + x^2 + 2x^2 = 3x^2 + 4x = x \cdot (3x+4)$$

$$7) \quad x \cdot x - x + 2x^2 = x^2 - x + 2x^2 = 3x^2 - x = x \cdot (3x-1)$$

$$8) \quad 5^2 - (a^2 + 16) = 25 - a^2 - 16 = 9 - a^2 = (3-a)(3+a)$$

$$9) \quad 2 \cdot (x^2 - x) + x = 2x^2 - 2x + x = 2x^2 - x = x \cdot (2x-1)$$

$$10) \quad (3+a)^2 - (3 \cdot a)^2 - 3^2 = \underline{\underline{9}} + \underline{6a} + \underline{\underline{a^2}} - \underline{\underline{9a^2}} - \underline{\underline{9}} = 6a - 8a^2 = 2a(3-4a)$$

$$11) \quad x \cdot (y-3) + 3 \cdot (x-2y) = xy - \underline{\underline{3x}} + \underline{\underline{3y}} = xy - 6y = y \cdot (x-6)$$

$$12) \quad a \cdot (-a) - 2^2 \cdot 3a + 6a^2 = \underline{\underline{-a^2}} - \underline{12a} + \underline{6a^2} = 5a^2 - 12a = a \cdot (5a-12)$$

$$13) \quad 5 - (1-x^2) - x \cdot 2x = 5 - 1 + x^2 - 2x^2 = 4 - x^2 = (2-x)(2+x)$$

$$14) \quad (3n+7) \cdot (-\underline{\underline{4n}} + \underline{\underline{3n}}) + n \cdot (\underline{\underline{4n}} + \underline{\underline{9}}) = \underline{\underline{-12n^2}} - \underline{\underline{7n}} + \underline{\underline{4n^2}} + \underline{\underline{9n}} = n^2 + 2n = n \cdot (n+2)$$

$-n \cdot (3n+7)$

Doplň čísla aby rovnost dávala smysl

$$15) \quad \frac{a+b}{(y+\underline{5})^2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{y^2 + 10y + \underline{25}}$$

$\frac{2y \cdot 5}{10y + 2y = 5}$

$$17) \quad \frac{(x+\underline{y})^2}{(-\underline{7} \cdot a + \underline{4} \cdot b)^2} = \frac{x^2 - 2xy + \underline{16b^2}}{49 \cdot a^2 - 56ab + (4 \cdot b)^2}$$

$2 \cdot -4b = 56ab$

$$16) \quad \frac{(y+\underline{6})(2y+3)}{2y^2 + 3y + 18} = 2y^2 + 15y + \underline{18}$$

$12y + 2y = 6$

**Lomené výrazy 7 - Určování podmínek 1**  
Urči podmínky platnosti lomených výrazů

NULOU NILDY NEDĚLÍME  
ZMENOVATEL  $\neq 0$

1)  $\frac{1}{x}$   
Pod: Zmenevatel  $\neq 0$   
 $x \neq 0$

2)  $\frac{1}{x-2}$   
Pod: Zmenevatel  $\neq 0$   
 $x-2 \neq 0$  / $+2$   
 $x \neq 2$

3)  $\frac{1}{x-3}$   
Pod:  $x-3 \neq 0$   
 $x \neq 3$

4)  $\frac{1}{a+4}$   
Pod:  $a+4 \neq 0$   
 $a \neq -4$

5)  $\frac{1}{2y+4}$   
Pod:  
 $2y+4 \neq 0$   
 $2y+4 \neq 0$  / $:2$   
 $y \neq -2$

6)  $\frac{1}{4z-16}$   
Pod:  
 $4z-16 \neq 0$   
 $4z+16 \neq 0$  / $:4$   
 $z+4 \neq 0$

7)  $\frac{1}{b^2}$   
Pod:  
 $b^2 \neq 0$   
 $b \neq 0$

8)  $\frac{1}{c+37}$   
Pod:  
 $c+37 \neq 0$   
 $c \neq -37$

9)  $\frac{1}{3x+15}$   
Pod:  
 $3x+15 \neq 0$   
 $3x+15 \neq 0$  / $:3$   
 $x \neq -5$

10)  $\frac{1}{4y-1}$   
Pod:  
 $4y-1 \neq 0$   
 $4y+1 \neq 0$  / $:4$   
 $y \neq \frac{1}{4}$

11)  $\frac{1}{3x-3}$   
Pod:  
 $3x-3 \neq 0$   
 $3x \neq 3$  / $:3$   
 $x \neq 1$

12)  $\frac{1}{a+b}$   
Pod:  
 $a+b \neq 0$   
 $a \neq -b$

13)  $\frac{1}{x-3-5x-1}$   
Pod:  
 $x-3-5x-1 \neq 0$   
 $-4x-4 \neq 0$   
 $-4x \neq 4$  / $:(-4)$   
 $4x+4 \neq 0$  / $:4$   
 $x \neq -1$

14)  $\frac{1}{2 \cdot (x-2)}$   
Pod:  
 $2 \cdot (x-2) \neq 0$   
 $2x-4 \neq 0$   
 $2x \neq 4$  / $:2$   
 $x \neq 2$

II, způsob na dalších stranách.

15)  $\frac{1}{2 \cdot (a+4)-4}$   
Pod:  
 $2a+8-4 \neq 0$   
 $2a+4 \neq 0$   
 $2a \neq -4$  / $:2$   
 $a \neq -2$

16)  $\frac{1}{2a-2b}$   
Pod:  
 $2a-2b \neq 0$   
 $2a+2b \neq 0$  / $:2$   
 $a+b \neq 0$

17)  $\frac{1}{4b-2a}$   
Pod:  
 $4b+2a \neq 0$   
Výpočetné a b +  $\frac{a}{2}$   
 $a \neq -2b$

18)  $\frac{1}{2 \cdot (c+37)-14+2c}$   
Pod:  
 $2c+74-14+2c \neq 0$   
 $4c+60 \neq 0$   
 $4c \neq -60$  / $:4$   
 $c \neq -15$

## Lomené výrazy 8 – Kvadratické a kubické rovnice řešené rozkladem

Urči kdy se rovnice rovná nule

1)  $(x+1)^2 = 0$       2)  $(x-2)^2 = 0$

$$\begin{array}{l} \text{Kdy bude levá strana rovna nule?} \\ \text{x+1 = 0} \quad /-1 \\ \underline{\underline{x = -1}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Kdy bude levá strana rovna nule?} \\ \text{x-2 = 0} \quad /+2 \\ \underline{\underline{x = 2}} \end{array}$$

3)  $(y+3)^2 = 0$       4)  $(x-5)^2 = 0$

$$\begin{array}{l} \text{Kdy bude levá strana rovna nule?} \\ y+3 = 0 \quad /-3 \\ \underline{\underline{y = -3}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Kdy bude levá strana rovna nule?} \\ x-5 = 0 \quad /+5 \\ \underline{\underline{x = 5}} \end{array}$$

5)  $(x-3) \cdot (x+1) = 0$       Lze obolit bot nula = nula

$$\begin{array}{l} \text{Musí být nula} \\ x-3 = 0 \quad x+1 = 0 \\ \underline{\underline{x_1 = 3}} \quad \underline{\underline{x_2 = -1}} \end{array}$$

6)  $(x-6) \cdot (y+3) = 0$

$$\begin{array}{l} x-6 = 0 \quad y+3 = 0 \\ \underline{\underline{x = 6}} \quad \underline{\underline{y = -3}} \end{array}$$

7)  $y(y-5) = 0$

$$\begin{array}{l} \downarrow \quad \downarrow \\ y=0 \quad y-5=0 \\ \underline{\underline{y_1 = 0}} \quad \underline{\underline{y_2 = 5}} \end{array}$$

8)  $(z+4) \cdot (z-1) = 0$

$$\begin{array}{l} z_1 = -4 \\ z_2 = 1 \end{array}$$

9)  $(x+5) \cdot (x-1) \cdot (x-6) = 0$

$$\begin{array}{l} x+5 = 0 \quad x-1 = 0 \quad x-6 = 0 \\ x_1 = -5 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 6 \end{array}$$

10)  $x^2 \cdot (x+2)^2 = 0$

Lze zdele z činiteleů = 0

$$\begin{array}{l} x^2 = 0 \quad (x+2)^2 = 0 \\ x_1 = 0 \quad x+2 = 0 \\ \underline{\underline{x_2 = -2}} \end{array}$$

Rozlož a urči kdy se rovnice rovná nule

11)  $x^2 - 4 = 0$

$$(x-2)(x+2) = 0$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{array}$$

12)  $x^2 + 2x + 1 = 0$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$\underline{\underline{x = -1}}$$

13)  $4x^2 - 16x = 0$

$$4x(x-4) = 0$$

$$\begin{array}{l} 4x = 0 \quad x-4 = 0 \\ \underline{\underline{x_1 = 0}} \quad \underline{\underline{x_2 = 4}} \end{array}$$

14)  $4x^2 - 16 = 0$

$$\begin{array}{l} 4(x^2 - 4) = 0 \\ 4(x-2)(x+2) = 0 \\ x-2 = 0 \quad x+2 = 0 \\ x_1 = 2 \quad x_2 = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Lze zdele:} \\ (2x-4)(2x+4) = 0 \\ 2x-4 = 0 \quad 2x+4 = 0 \\ 2x = 4 \quad /:2 \quad 2x = -4 \quad /:2 \\ x_1 = 2 \quad x_2 = -2 \end{array}$$

15)  $4x^2 + 4x + 1 = 0$

$$(2x+1)^2 = 0$$

$$\begin{array}{l} 2x+1 = 0 \\ 2x = -1 \quad /:2 \\ x = -\frac{1}{2} \\ \underline{\underline{x = -\frac{1}{2}}} \end{array}$$

16)  $x^2 - 49 = 0$

$$(x-7)(x+7) = 0$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 7 \\ x_2 = -7 \end{array}$$

## Lomené výrazy 9 – Podmínky výrazu

Urči podmínky kdy má výraz smysl

1)

$$\frac{2}{5x+5}$$

Pod:  $5x+5 \neq 0 \quad /-5$   
 $5x \neq -5 \quad /:5$   
 $x \neq -1$

3)

$$\frac{1}{2 \cdot (2a-3) + 4b+6}$$

$4a-6+4b+6 \neq 0$   
 $4a+4b \neq 0 \quad /-4b$   
 $4a \neq -4b \quad /:4$   
 Pod:  $a \neq -b$

5)

→ Pro podmítku mě číslitel nezájímá

$$\frac{2x+1}{2x-1} - \frac{8}{7x-5} + \frac{3}{2x+5}$$

$2x-1 \neq 0 \quad /+1 \quad 2x+5 \neq 0 \quad /-5$   
 $2x \neq 1 \quad /:2 \quad 2x \neq -5 \quad /:2$   
 $x \neq \frac{1}{2}$   
 $x \neq -\frac{5}{2}$   
 $7x-5 \neq 0 \quad /+5 \quad \left| \begin{array}{l} \text{Pod: } x \neq \frac{1}{2} \\ x \neq -\frac{5}{2} \\ x \neq -\frac{5}{2} \end{array} \right.$   
 $7x \neq 5 \quad /:7$   
 $x \neq \frac{5}{7}$

7)

$$\frac{x+3}{(x-5) \cdot (x-10) \cdot (x-8)}$$

Pod:  
 $x \neq 5$   
 $x \neq 10$   
 $x \neq 8$

9)

$$\frac{5}{3x+13} - \frac{1}{1-x} + \frac{2x+1}{x+2} + \frac{x-7}{x-1}$$

$3x+13 \neq 0 \quad /-13$   
 $3x \neq -13 \quad /:3$   
 $x \neq -\frac{13}{3}$   
 Pod:  
 $x \neq -\frac{13}{3}$   
 $x \neq 1$   
 $x \neq -2$

2) Pro podmítky číslitel nezajíma význam.

$$\frac{3+x}{3-x} + \frac{2x+1}{2x-1}$$

Pod:  
 $3-x \neq 0 \quad /-3$   
 $-x \neq 3 \quad / \cdot (-1)$   
 $x \neq -3$   
 $2x-1 \neq 0 \quad /+1$   
 $2x \neq 1 \quad /:2$   
 $x \neq \frac{1}{2}$

Pod:  
 $x \neq 3$   
 $x \neq \frac{1}{2}$

4)

$$\frac{1}{-x+4 \ x-2 - 3y+6 \ y+2}$$

Pod:  
 $3x+3y \neq 0 \quad /-3y$   
 $3x \neq -3y \quad /:3$   
 $x \neq -y$

6)

$$\frac{3}{(x-4)(x+1)} + \frac{4}{(x-5)(x+1)}$$

Ani jedna závorka se nesmí rovnat nule

Pod:  
 $x \neq 4$   
 $x \neq -1$   
 $x \neq 5$

8)

$$\frac{x+6}{x(x-2)} \cdot \frac{7-3y}{y+6}$$

Pod:  
 $x \neq 0$   
 $x \neq 2$   
 $y \neq -6$

10)

$$\frac{3}{(b-2) \cdot (b+7) \cdot (b+6) \cdot (b+4)}$$

Pod:  
 $b \neq 2$   
 $b \neq -7$   
 $b \neq -6$   
 $b \neq -4$

## Lomené výrazy 10 – Podmínky výrazu

Jmenovatel rozlož na součin a urči podmínky kdy má výraz smysl.

1)

$$\frac{1}{x^2}$$

$\Rightarrow$  Pod:  $x \neq 0$

2)

$$\frac{1}{x^2 - 4}$$

$$A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$$

$$(x-2)(x+2) \neq 0$$

$$\begin{array}{c} x-2 \neq 0 /+2 \\ x \neq 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} x+2 \neq 0 /-2 \\ x \neq -2 \end{array}$$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$

Pod:  $x \neq \pm 2$

3)

$$\frac{1}{4x^2 - 16}$$

$$4(x^2 - 4)$$

$$4 \cdot (x-2)(x+2) \neq 0$$

Pod:  $x \neq \pm 2$

4)

$$\frac{1}{81y^2 - 1}$$

$$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$(9y-1)(9y+1)$$

$$\begin{array}{c} 9y-1 \neq 0 /+1 \\ 9y \neq 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 9y+1 \neq 0 /-1 \\ 9y \neq -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} y \neq \frac{1}{9} \\ y \neq -\frac{1}{9} \end{array}$$

Pod:  $y \neq \pm \frac{1}{9}$

5)

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 1}$$

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2$$

$$(x+1)^2 \neq 0$$

$$\begin{array}{c} x+1 \neq 0 /-1 \\ x \neq -1 \end{array}$$

Pod:  $x \neq -1$

6)

$$\frac{1}{4x^2 + 4x + 1}$$

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2$$

$$(2x+1)^2 \neq 0$$

$$\begin{array}{c} 2x+1 \neq 0 /-1 \\ 2x \neq -1 \end{array}$$

Pod:  $x \neq -\frac{1}{2}$

7)

$$\frac{1}{y^2 - 64y}$$

$$y \cdot (y-64) \neq 0$$

Pod:  $y \neq 0$   
 $y \neq 64$

8)

$$\frac{1}{2x^2 - 2}$$

$$2 \cdot (x^2 - 1) \neq 0$$

$$2 \cdot (x+1)(x-1) \neq 0$$

Pod:  $x \neq \pm 1$

9)

$$\frac{1}{x^2 - 49}$$

$$A^2 - B^2$$

$$(x-7)(x+7) \neq 0$$

Pod:  $x \neq \pm 7$

10)

$$\frac{1}{3y^2 - 27}$$

$$3 \cdot (y^2 - 9)$$

$$3 \cdot (y-3)(y+3) \neq 0$$

Pod:  $y \neq \pm 3$

11)

$$\frac{1}{17 - 17x^2}$$

$$17 \cdot (1 - x^2) \neq 0$$

$$17 \cdot (1-x)(1+x) \neq 0$$

$$\begin{array}{c} 1-x \neq 0 /-1 \\ -x \neq 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 1+x \neq 0 /-1 \\ x \neq -1 \end{array}$$

Pod:  $x \neq \pm 1$

12)

$$\frac{1}{15y^2 - 15}$$

$$15 \cdot (y^2 - 1) \neq 0$$

$$15 \cdot (y-1)(y+1) \neq 0$$

$y \neq \pm 1$

## Lomené výrazy 11 – Podmínky výrazu

Jmenovatel rozlož na součin a urči podmínky kdy má výraz smysl.

$$1) \frac{1}{x^2 - 16x}$$

$x \cdot (x - 16) \neq 0$

$\text{Pod: } x \neq 0$   
 $x \neq 16$

$$2) \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$$

$A^2 - 2AB + B^2$

$(x - 1)^2 \neq 0$

$\text{Pod: } x \neq 1$

$$3) \frac{1}{x^2 - 10x + 25}$$

$A^2 - 2AB + B^2$

$(x - 5)^2 \neq 0$

$\text{Pod: } x \neq 5$

$$4) \frac{1}{x^2 + 12x + 36}$$

$A^2 + 2AB + B^2$

$(x + 6)^2 \neq 0$

$\text{Pod: } x \neq -6$

$$5) \frac{1}{3y^2 + 12y}$$

$3y \cdot (y + 4) \neq 0$

$y \neq 0$   
 $y \neq -4$

$y+4 \neq 0 \quad | -4$   
 $y \neq -4$

$$6) \frac{1}{9x^2 + 18x}$$

$9x \cdot (x + 2) \neq 0$

$x \neq 0$   
 $x \neq -2$

$$7) \frac{1}{y^2 + y}$$

$y \cdot (y + 1) \neq 0$

$y \neq 0$   
 $y \neq -1$

$$8) \frac{1}{4x^2 - 9}$$

$A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$

$(2x-3)(2x+3) \neq 0$

$2x-3 \neq 0 \quad | +3$   
 $2x+3 \quad | /2$   
 $x+\frac{3}{2}$

$2x+3 \neq 0 \quad | -3$   
 $2x-3 \quad | /2$   
 $x-\frac{3}{2}$

$\text{Pod: } x \neq \pm \frac{3}{2}$

$$9) \frac{1}{5x^2 - 20}$$

$5 \cdot (x^2 - 4)$

$5 \cdot (x-2)(x+2) \neq 0$

$x \neq \pm 2$

$$10) \frac{1}{7x^2 - 49x}$$

$7x(x - 7) \neq 0$

$\text{Pod: } x \neq 0$   
 $x \neq 7$

$$11) \frac{1}{1 - 16x^2}$$

$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$

$(1+4x)(1-4x) \neq 0$

$1+4x \neq 0 \quad | :4$   
 $1x+\frac{1}{4} \quad | :4$   
 $x+\frac{1}{4}$

$1-4x \neq 0 \quad | -1$   
 $-4x+\frac{1}{4} \quad | :(-1)$   
 $4x+\frac{1}{4} \quad | :4$   
 $x+\frac{1}{4}$

$\text{Pod: } x \neq \pm \frac{1}{4}$

$$12) \frac{1}{x^2 - 6x + 9}$$

$A^2 - 2AB + B^2 = (A+B)^2$

$(x-3)^2 \neq 0$

$\text{Pod: } x \neq 3$

## Lomené výrazy 12 – Krácení lomených výrazů

Zkrať výraz a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \frac{a^4}{a^4} = \frac{1}{1} = 1$$

$$2) \frac{x^4}{x^4} = 1$$

L<sup>rod:</sup> x ≠ 0

$$3) \frac{2a^4}{4a^4} = \frac{1}{2}$$

L<sup>rod:</sup> a ≠ 0

$$4) \frac{4ba^4}{4a^4} = \frac{b}{1} = b$$

L<sup>rod:</sup> a ≠ 0

$$5) \quad \boxed{a^2 : a = a}$$

$$\frac{3a^2}{9a} = \frac{3 \cancel{a} \cdot \cancel{a}}{3 \cdot 3 \cancel{a}} = \frac{a}{3}$$

L<sup>rod:</sup> a ≠ 0

$$6)$$

$$\frac{25x}{5x^2} = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{x}}{\cancel{5} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x}} = \frac{5}{x}$$

L<sup>rod:</sup> x ≠ 0

$$7) \quad \frac{2ax^4}{4a^2x} = \frac{y}{2a}$$

L<sup>rod:</sup>  
a<sup>2</sup> ≠ 0    x ≠ 0  
a ≠ 0

$$8) \quad \frac{81y^3x}{9y^2} = 9yx$$

L<sup>rod:</sup>  
y<sup>2</sup> ≠ 0  
y ≠ 0

$$9) \quad \frac{-16c^2}{-8c^3} = \frac{16\cancel{c}^2}{8\cancel{c}^3} = \frac{2}{c}$$

L<sup>rod:</sup> c ≠ 0

$$10) \quad \frac{-8abed}{4abed} = -2$$

L<sup>rod:</sup> a ≠ 0   b ≠ 0   c ≠ 0   d ≠ 0

$$11) \quad \boxed{Af dosadíme číslo 1, zjistíme pokračit}$$

$$\frac{x+1}{x+1} = \frac{1}{1} = 1$$

L<sup>rod:</sup>  
x+1 ≠ 0    /-1  
x ≠ -1

$$12) \quad \frac{2(x-2)}{x-2} = 2$$

L<sup>rod:</sup> x-2 ≠ 0    /+2  
x ≠ 2

$$13) \quad \frac{x \cdot (x+4)}{2x} = \frac{x+4}{2}$$

L<sup>rod:</sup> x ≠ 0

$$14) \quad \frac{x \cdot (x+4)}{2(x+4)} = \frac{x}{2}$$

L<sup>rod:</sup> x+4 ≠ 0  
x ≠ -4

**Lomené výrazy 13 – Krácení lomených výrazů**  
Zkrať výraz a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

1)

$$\frac{-(a-b)}{b-a} = \frac{-\cancel{a+b}}{\cancel{b-a}} = \frac{\cancel{b-a}}{\cancel{b-a}} = 1 \quad \xrightarrow{\text{Nárovnáda}}$$

$$\hookrightarrow \text{Pod: } b-a \neq 0 \quad /+a \\ b \neq a$$

3)

$$\frac{(x+1) \cdot (x-4)}{(x+1)} = x-4$$

$$\hookrightarrow \text{Pod: } x+1 \neq 0 \\ x \neq -1$$

5)

$$\frac{(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x+1}{(x+1) \cdot (x+1)} = \frac{1}{x+1}$$

$$\hookrightarrow \text{Pod: } (x+1)^2 \neq 0 \\ x+1 \neq 0 \\ x \neq -1$$

7)  $\frac{x+3}{x}$  NELZE!

$$\frac{2x-2}{2} = \frac{x \cdot (x-1)}{x} = x-1$$

9)

$$\frac{5z-30}{z-6} = \frac{5 \cdot (z-6)}{\cancel{z-6}} = 5$$

$$\hookrightarrow \text{Pod: } z \neq 6$$

10)

$$\frac{y^2-25}{y+5} = \frac{(y-5)(y+5)}{\cancel{y+5}} = y-5$$

$$\hookrightarrow \text{Pod: } y \neq -5$$

11)

$$\frac{x^2-2x+1}{x-1} = \frac{(x-1)^2}{\cancel{x-1}} = x-1$$

$$\hookrightarrow \text{Pod: } x \neq 1$$

2)

$$\frac{a-b}{b-a} = \frac{-(\cancel{a+b})}{\cancel{b-a}} = \frac{-(\cancel{b-a})}{\cancel{b-a}} = -1 = -1$$

$$\hookrightarrow \text{Pod: } a+b$$

4)

$$\frac{x(x-2) \cdot (x-4)}{x(x-4)} = x-2$$

$$\hookrightarrow \text{Pod: } x \neq 0 \\ x \neq 4$$

6)

$$\frac{(x+1) \cdot (\cancel{x-4})}{(\cancel{x-4}) \cdot (\cancel{x-4})} = \frac{x+1}{x-4}$$

$$\hookrightarrow \text{Pod: } x-4 \neq 0 \\ x \neq 4$$

8)

$$\frac{y^2-y}{y} = \frac{y(y-1)}{y} = y-1$$

$$\hookrightarrow \text{Pod: } y \neq 0$$

## Lomené výrazy 14 – Krácení lomených výrazů

Zkrať výraz a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

1)

$$\frac{6a+2ab}{2a^2-4a} = \frac{\cancel{2a} \cdot (3+b)}{\cancel{2a} \cdot (a-2)} = \frac{3+b}{a-2}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $a \neq 0$   
 $a \neq 2$

2)

$$\frac{m^2+m}{m^2-m} = \frac{\cancel{m} \cdot (m+1)}{\cancel{m} \cdot (m-1)} = \frac{m+1}{m-1}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $m \neq 0$   
 $m \neq 1$

3)

$$\frac{4(x-y)^2}{6xy - 6y^2} = \frac{2 \cancel{x}(x-y)(x-y)}{3 \cancel{y} \cdot (x-y)} = \frac{2 \cdot (x-y)}{3y}$$

Pod:  
 $y \neq 0$   
 $x \neq y$

4)

$$\frac{u+3}{u^2-9} = \frac{\cancel{u+3}}{(u+3)(u-3)} = \frac{1}{u-3}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $u \neq \pm 3$

5)

$$\frac{z^2-1}{az+a} = \frac{(z-1)(z+1)}{a \cdot (z+1)} = \frac{z-1}{a}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $a \neq 0$   
 $z \neq -1$

6)

$$\frac{r^2-4}{r+2} = \frac{(r-2)(r+2)}{r+2} = r-2$$

$\hookrightarrow$  pod:  $r \neq -2$

7)

$$\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq 2$

## Lomené výrazy 15 – Krácení lomených výrazů

Zkrať výraz a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

1)

$$\frac{y^2 - 16}{y^2 - 4y} = \frac{(y-4)(y+4)}{y \cdot (y-4)} = \frac{y+4}{y}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $y \neq 0$

2)

$$\frac{x^2 - 2ab + b^2}{x^2 - 1} = \frac{(x-a)^2}{(x-a)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$$

$\frac{x-1}{x+1} \checkmark \quad \frac{x+4}{x} \times \underline{\text{součin!}}$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq \pm 1$

3)

$$\frac{4a-8b}{a^2-4b^2} = \frac{4 \cdot (a-2b)}{(a-2b)(a+2b)} = \frac{4}{a+2b}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $a-2b \neq 0 \quad a+2b \neq 0 \quad a \neq -2b$

4)

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x+1} = \frac{(x+1)^2}{x+1} = x+1$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq -1$

5)

$$\frac{x^2y - y}{xy - y} = \frac{y \cdot (x^2 - 1)}{y \cdot (x-1)} = \frac{y \cdot (x-1)(x+1)}{y \cdot (x-1)} = x+1$$

$\hookrightarrow$  pod:  $y \neq 0 \quad x \neq 1$

6)

$$\frac{x^2 + 5x}{x^2 - 25} = \frac{x \cdot (x+5)}{(x-5)(x+5)} = \frac{x}{x-5}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq \pm 5$

7)

$$\frac{r+s}{r^2 + 2rs + s^2} = \frac{r+s}{(r+s)^2} = \frac{1}{r+s}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $r \neq -s$

8)

$$\frac{3p-3q}{(p-q)^2} = \frac{3 \cdot (p-q)}{(p-q)^2} = \frac{3}{p-q}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $p \neq q$

## Lomené výrazy 16 – Krácení lomených výrazů

Zkrať výraz a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \frac{a^2 - 2ab + b^2}{x^2 - 4x + 4} = \frac{(x-2)^2}{x \cdot (x-2)} = \frac{x-2}{x}$$

$\hookrightarrow \text{pod: } \begin{matrix} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{matrix}$

$$2) \frac{9x^2 - 9x}{9x - 9} = \frac{9x \cdot (x-1)}{9 \cdot (x-1)} = x$$

$\hookrightarrow \text{pod: } \begin{matrix} x-1 \neq 0 \\ x \neq 1 \end{matrix}$

$$3) \frac{9-s^2}{s+3} = \frac{(3-s)(3+s)}{s+3} = 3-s$$

$\hookrightarrow \text{pod: } s \neq -3$

$$\hookrightarrow \frac{(x-2)(x-2)}{2-(x-2)}$$

$$4) \frac{4x^2 - 16x + 16}{8(x-2)} = \frac{4 \cdot (x^2 - 4x + 4)}{8 \cdot (x-2)} = \frac{(x-2)^2}{2-(x-2)} = \frac{x-2}{2}$$

$\hookrightarrow \text{pod: } x \neq 2$

$$5) \frac{a^2 - b^2}{c(2c-3)} = \frac{(2c-3)(2c+3)}{c \cdot (2c-3)} = \frac{2c+3}{c}$$

$\hookrightarrow \text{pod: } \begin{matrix} c \neq 0 & 2c-3 \neq 0 \\ 2c \neq 3 & /:2 \\ c \neq \frac{3}{2} & \end{matrix}$

$$6) \frac{2x+2y}{2x^2-2y^2} = \frac{2 \cdot (x+y)}{2 \cdot (x^2-y^2)} = \frac{x+y}{(x-y)(x+y)}, \quad \begin{matrix} ^1 \\ ^2 \end{matrix}$$

$\hookrightarrow \text{pod: } \begin{matrix} x \neq y \\ x \neq -y \end{matrix}$

$$7) \frac{a^2+b^2+2ab}{a^2-b^2} = \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{(a+b)^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{a+b}{a-b}$$

$\hookrightarrow \text{pod: } a \neq \pm b$

$$8) \frac{(x+1)^2 - 1}{x} = \frac{x^2 + 2x + 1 - 1}{x} = \frac{x^2 + 2x}{x} = \frac{x \cdot (x+2)}{x} = x+1$$

$\hookrightarrow \text{pod: } x \neq 0$

## Lomené výrazy 17 – sčítání lomených výrazů

Sečti a zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2+4}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{x} = \frac{2+3}{x} = \frac{5}{x}$$

$\hookrightarrow$  Pod:  $x \neq 0$

$$\frac{4}{x+1} + \frac{3}{x+1} = \frac{4+3}{x+1} = \frac{7}{x+1}$$

$\hookrightarrow$  Pod:  $x+1 \neq 0$   
 $x \neq -1$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} = 1$$

$\hookrightarrow$  Pod:  $x \neq -1$

$$\frac{x+1}{x} + \frac{x-1}{x} = \frac{x+1+x-1}{x} = \frac{2x}{x} = 2$$

$\hookrightarrow$  Pod:  $x \neq 0$

$$\frac{4x}{x+2} - \frac{7x}{x+2} = \frac{4x-7x}{x+2} = \frac{-3x}{x+2} = -\frac{3x}{x+2}$$

$\hookrightarrow$  Pod:  
 $x+2 \neq 0$   
 $x \neq -2$

$$\frac{x+1}{x} - \frac{x-1}{x} = \frac{x+1-x+1}{x} = \frac{2}{x}$$

$\hookrightarrow$  Pod:  
 $x \neq 0$

$$Vzor: \frac{5}{3} - \frac{5}{3} = 0$$

$$\frac{x+1}{x} - \frac{x-1}{x} = \begin{cases} 0 \\ \frac{x+1-(x-1)}{x} = \frac{x+1-x+1}{x} = \frac{2}{x} = 0 \end{cases}$$

Méně občas znamená  
v číslateli  $\rightarrow -x-1$  Pod:  $x \neq 0$

$$\frac{3x-4y}{2x+y} - \frac{x-5y}{2x+y} = \frac{3x-4y-x+5y}{2x+y} = \frac{2x+y}{2x+y} = \frac{1}{1} = 1$$

$\hookrightarrow$  Pod:  $2x+y \neq 0$   
 $y \neq -2x$

$$\frac{x+1}{x} + 1 = \frac{x+1}{x} + \frac{1 \cdot x}{1 \cdot x} = \frac{x+1}{x} + \frac{x}{x} = \frac{x+1+x}{x} = \frac{2x+1}{x}$$

$$Vzor: \frac{5}{3} + 1 = \frac{5}{3} + \frac{3}{3} = \frac{8}{3} \xrightarrow{\text{TO SAME}} \frac{8}{3}$$

Pod:  $x \neq 0$

$$\frac{x^2+1}{x^2} - 1 = \frac{x^2+1}{x^2} - \frac{x^2}{x^2} = \frac{x^2+1-x^2}{x^2} = \frac{1}{x^2}$$

$\hookrightarrow$  Pod:  
 $x^2 \neq 0$   
 $x \neq 0$

$$1 \cdot \frac{4}{5m} + \frac{1 \cdot 5}{2m \cdot 5} = \frac{8}{10m} + \frac{5}{10m} = \frac{13}{10m}$$

$\checkmark$  NEJVĚTŠÍ  
STOLEČNÝ ŽMENOVATEL Pod:  $m \neq 0$

$$1 \cdot \frac{a}{2x} + \frac{a}{4x} = \frac{2a}{4x} + \frac{a}{4x} = \frac{3a}{4x}$$

$\hookrightarrow$  Pod:  $x \neq 0$

$$1 \cdot \frac{(v+3)}{4} + \frac{v-6}{8} = \frac{2v+6}{8} + \frac{v-6}{8} = \frac{3v}{8}$$

Uprav výraz na jediný zlomek a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$\frac{y \cdot y}{y \cdot x} - \frac{x \cdot x}{y \cdot x} = \frac{y^2}{xy} - \frac{x^2}{xy} = \frac{y^2-x^2}{xy}$$

$\hookrightarrow$  Pod:  $x \neq 0$   $y \neq 0$

$$\frac{x \cdot 1}{x \cdot (x+1)} - \frac{1 \cdot (x+1)}{x \cdot (x+1)} = \frac{x}{x \cdot (x+1)} - \frac{x+1}{x \cdot (x+1)} = \frac{x-x-1}{x \cdot (x+1)} = -\frac{1}{x \cdot (x+1)}$$

$\hookrightarrow$  Pod:  $x+1 \neq 0$   
 $x \neq -1$

$$1 - \frac{a}{b-a} = \frac{b-a}{b-a} - \frac{a}{b-a} = \frac{b-a-a}{b-a} = \frac{b-2a}{b-a}$$

$\hookrightarrow$   $\frac{1(b-a)}{1(b-a)}$   
 $b-a \neq 0$   
 $b \neq a$

### Lomené výrazy 18 – sčítání lomených výrazů

Sečti a zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \frac{x}{x-1} - \frac{2x}{1-x} = \frac{x}{x-1} - \frac{2x}{-(x-1)} = \frac{x}{x-1} - \left(-\frac{2x}{x-1}\right) = \frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x-1} = \frac{3x}{x-1}$$

$\hookrightarrow$  pod:  
 $x-1 \neq 0 \quad /+1$   
 $x \neq 1$

$$2) \frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1) \cdot (x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{(x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x^2 + 2}{(x+1)(x-1)}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq \pm 1$

$$3) \frac{r}{r+s} - \frac{r+s}{r} = \frac{r \cdot r}{(r+s)r} - \frac{(r+s) \cdot (r+s)}{r \cdot (r+s)} = \frac{r^2}{r(r+s)} - \frac{r^2 + 2rs + s^2}{r(r+s)} = \frac{r^2 - r^2 - 2rs - s^2}{r(r+s)} = \frac{-2rs - s^2}{r(r+s)}$$

$\hookrightarrow$  pod:  
 $r+s \neq 0 \quad /-s$   
 $r = -s$   
 $r \neq 0$

$$4) \frac{2p+7}{p^2-p} - \frac{9}{p-1} = \frac{2p+7}{p \cdot (p-1)} - \frac{9 \cdot 9}{(p-1) \cdot p} = \frac{2p+7 - 9p}{p \cdot (p-1)} = \frac{-7p+7}{p \cdot (p-1)} = \frac{-7 \cdot (p-1)}{p \cdot (p-1)} = -\frac{7}{p}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $p \neq 1$   
 $p \neq 0$

$$5) \frac{2}{(a+b)^2} - \frac{1}{a \cdot (a+b)} = \frac{2 \cdot a}{(a+b)^2 \cdot a} - \frac{1 \cdot (a+b)}{a \cdot (a+b) \cdot (a+b)} = \frac{2a}{a \cdot (a+b)^2} - \frac{a+b}{a \cdot (a+b)^2} = \frac{2a-a-b}{a \cdot (a+b)^2} = \frac{a-b}{a \cdot (a+b)^2}$$

$\hookrightarrow$  pod:  
 $a+b \neq 0$   
 $a \neq -b$   
 $a \neq 0$

$$6) \frac{2}{a \cdot (a-b)} - \frac{1}{(a-b)^2} = \frac{2 \cdot (a-b)}{a \cdot (a-b) \cdot (a-b)} - \frac{1 \cdot a}{(a-b)^2 \cdot a} = \frac{2a-2b-a}{a \cdot (a-b)^2} = \frac{a-2b}{a \cdot (a-b)^2}$$

$\hookrightarrow$  pod:  
 $a \neq 0$   
 $a-b \neq 0 \quad /+b$   
 $a \neq b$

$$7) \frac{3a+b}{a+b} - \frac{3a^2+b^2}{a+b} = \frac{(3a+b) \cdot (a+b)}{1 \cdot (a+b)} - \frac{3a^2+b^2}{a+b} = \frac{3a^2+3ab+ab+b^2-3a^2-b^2}{a+b} = \frac{4ab}{a+b}$$

$\hookrightarrow$  pod:  
 $a+b \neq 0$   
 $a \neq -b$

$$8) a+4b - \frac{a^2-4b^2}{a-b} = \frac{(a+4b) \cdot (a-b)}{a-b} - \frac{-a^2+4b^2}{a-b} = \frac{a^2-ab+4ab-4b^2-a^2+4b^2}{a-b} = \frac{3ab}{a-b}$$

$\hookrightarrow$  pod  
 $a-b \neq 0$   
 $a \neq b$

### Lomené výrazy 19 – násobení lomených výrazů

Vynásob a zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{x} \cdot \frac{x}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^2}{6}$$

$$\frac{b^2}{b} = b$$

$$\frac{b^2}{2} \cdot \frac{4}{b} = 2b$$

$\hookrightarrow_{\text{pod}}: x \neq 0$

$\hookrightarrow_{\text{pod}}: b \neq 0$

1)

$$\frac{c}{2c} \cdot \frac{4c^2}{2c} = \frac{2c}{2c} = 1$$

$\hookrightarrow_{\text{pod}}: c \neq 0$

2)

$$\frac{a}{2} \cdot \frac{4}{a} = 2a$$

$\hookrightarrow_{\text{pod}}: a \neq 0$

3)

$$\frac{2xyz}{x^2} \cdot \frac{x}{2y^2z} = \frac{2}{xy}$$

$\hookrightarrow_{\text{pod}}: x \neq 0$   
 $y \neq 0$   
 $z \neq 0$

4)

$$\frac{(a+b)(c+d)}{(c+d)(a+b)} = 1$$

$\hookrightarrow_{\text{pod}}: c-d \neq 0 \quad /+d \quad a+b \neq 0 \quad /-b$   
 $c+d \quad a-b$

5)

$$\frac{x^2y}{3(x+1)} \cdot \frac{2(x+1)}{xy} = \frac{2x}{3y}$$

$\hookrightarrow_{\text{pod}}: x \neq 0 \quad x+1 \neq 0$   
 $y \neq 0 \quad x \neq -1$

6)

$$\frac{15y^2}{5y} \cdot \frac{3x}{3y} = 3x$$

$\hookrightarrow_{\text{pod}}: y \neq 0$

7)

$$\frac{9x}{4xy} \cdot \frac{10y}{45y} = \frac{5}{25} = \frac{1}{2}$$

$\hookrightarrow_{\text{pod}}: x \neq 0$   
 $y \neq 0$

8)

$$\frac{3ab}{4xy} \cdot \frac{10xy^2}{21ab} = \frac{5y}{14b}$$

$\hookrightarrow_{\text{pod}}: x \neq 0 \quad a \neq 0$   
 $y \neq 0 \quad b \neq 0$

9)

$$\frac{3a+3b}{a^2-b^2} \cdot \frac{a-b}{a+b} = \frac{3 \cdot (a+b)}{(a+b)(a-b)} \cdot \frac{a-b}{a+b} = \frac{3}{a+b}$$

$\hookrightarrow_{\text{pod}}: a \neq \pm b$

10)

$$-\frac{(-5a+1)}{7a+ab} \cdot \frac{7+b}{1-5a} = \frac{\cancel{(-5a+1)}}{\cancel{a} \cdot \cancel{(7+ab)}} \cdot \frac{\cancel{7+b}}{\cancel{1-5a}} = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{a}$$

$\hookrightarrow_{\text{pod}}: a \neq 0 \quad b \neq -7$   
 $-5a+1 \neq 0 \quad /-1$   
 $5a+1 \neq 0 \quad /:5$   
 $a \neq \frac{1}{5}$

## Lomené výrazy 20 – násobení lomených výrazů

Vynásob a zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

1)  $\frac{(r+1)(r-1)}{r-1} \cdot \frac{(r-1)(r+1)}{r+1}$

$$\frac{(r+1)^2}{r-1} \cdot \frac{(r-1)^2}{r+1} = (r+1)(r-1) = r^2 - 1$$

$\hookrightarrow$  pod:  $r \neq \pm 1$

2)

$$\frac{3}{p(p+2)} \cdot \frac{p^2-4}{p-2} = \frac{3}{p(p+2)} \cdot \frac{(p-2)(p+2)}{p-2} = \frac{3}{p}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $\begin{array}{l} p \neq 0 \\ p \neq -2 \\ p \neq 2 \end{array}$

3)

$$(4r+2) \cdot \frac{1-r}{2r+1} = \frac{2(2r+1)}{1} \cdot \frac{1-r}{2r+1} = 2 \cdot (1-r) = 2-2r$$

$\hookrightarrow$  pod:  $\begin{array}{l} 2r+1 \neq 0 \\ 2r+1 \neq -1 \\ r \neq -\frac{1}{2} \end{array}$

4)

$$\frac{p+3}{3p-1} \cdot (9p-3) = \frac{p+3}{3p-1} \cdot \frac{3(3p-1)}{1} = 3 \cdot (p+3) = 3p+9$$

$\hookrightarrow$  pod:  $\begin{array}{l} 3p-1 \neq 0 \\ 3p-1 \neq 1 \\ p \neq \frac{1}{3} \end{array}$

5)

$$\frac{a^2-b^2}{a-b} \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{(a-b)(a+b)}{a-b} \cdot \frac{ab}{a+b} = ab$$

$\hookrightarrow$  pod:  $\begin{array}{l} a \neq b \\ a \neq -b \end{array}$

6)

$$\frac{a-4b}{3ab^2} \cdot \frac{1}{3a-12b} = \frac{a-4b}{3} \cdot \frac{1}{3(a-4b)} = \frac{1}{3}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $\begin{array}{l} a \neq 0 \\ b \neq 0 \\ a-4b \neq 0 \\ a \neq 4b \end{array}$

7)

$$\frac{a^2-4}{1-a} \cdot \frac{2b}{a-2} \cdot \frac{1-a^2}{ab+2b} = \frac{(a-2)(a+2)}{1-a} \cdot \frac{2b}{a-2} \cdot \frac{(1-a)(1+a)}{b(a+2)} = 2 \cdot (1+a) = 2+2a$$

$\hookrightarrow$  pod:  $\begin{array}{l} a+1 \neq 0 \\ a+2 \neq 0 \\ a \neq -2 \end{array}$

8)

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \cdot x^2 y = \left(\frac{y-x}{xy}\right) \cdot \frac{x^2 y}{1} = x \cdot (y-x)$$

D. zp.  

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \cdot x^2 y = x^2 y \cdot \frac{1}{x} - x^2 y \cdot \frac{1}{y} = xy - x^2$$

$\hookrightarrow$  pod:  $\begin{array}{l} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{array}$

$x \cdot (y-x) = xy - x^2$

## Lomené výrazy 21 – dělení lomených výrazů

Vyděl a zjednoduš lomené výrazy

$$1) \frac{2}{9} : \frac{4}{3} = \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{9}^3} \cdot \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{4}^2} = \frac{1}{6}$$

$$2) \frac{x}{2} : \frac{x}{8} = \frac{\cancel{x}^1}{\cancel{2}^1} \cdot \frac{\cancel{8}^4}{\cancel{x}^1} = 4$$

$\hookrightarrow \text{Pod: } x \neq 0$

$$3) \frac{a}{2} : \frac{a}{3} = \frac{\cancel{a}}{2} \cdot \frac{3}{\cancel{a}} = \frac{3}{2}$$

$\hookrightarrow \text{Pod: } a \neq 0$

$$4) \frac{b}{2} : \frac{4}{b} = \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{\cancel{4}^2} = \frac{b^2}{8}$$

$\hookrightarrow \text{Pod: } b \neq 0$

$$5) \frac{5}{c} : \frac{4}{c} = \frac{\cancel{5}}{\cancel{c}^1} \cdot \frac{c}{\cancel{4}^1} = \frac{5}{4}$$

$\hookrightarrow \text{Pod: } c \neq 0$

$$6) \frac{a^2}{2} : \frac{a}{4} = \frac{\cancel{a}^2}{\cancel{2}^1} \cdot \frac{\cancel{4}^2}{\cancel{a}} = 2a$$

$\hookrightarrow \text{Pod: } a \neq 0$

$$7) \frac{a}{4} : \frac{a^2}{2} = \frac{\cancel{a}^1}{\cancel{4}^2} \cdot \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{a}^2} = \frac{1}{2a}$$

$\hookrightarrow \text{Pod: } a \neq 0$

$$8) \frac{a+b}{c-d} : \frac{a+b}{c-d} = \frac{\cancel{a+b}^1}{\cancel{c-d}^1} \cdot \frac{\cancel{c-d}^1}{\cancel{a+b}^1} = 1$$

$\hookrightarrow \text{Pod: } c \neq d \quad a \neq -b$

9)

$$\frac{2b^2c}{a} : \frac{4bc}{a^2} = \frac{\cancel{2}^1 \cancel{b}^1}{\cancel{a}^1} \cdot \frac{\cancel{a}^2}{\cancel{4}^1 \cancel{b}^1} = \frac{b}{2}$$

$\hookrightarrow \text{Pod: } a \neq 0$   
 $b \neq 0$   
 $c \neq 0$

10)

$$12x^2 : \frac{3x}{5y^2} = 12x^2 \cdot \frac{5y^2}{3x} = \frac{\cancel{12}^4 x^2}{\cancel{3}^1} \cdot \frac{\cancel{5}^1 y^2}{\cancel{3}^1 x} = 20xy^2$$

$\hookrightarrow \text{Pod: } y \neq 0$   
 $x \neq 0$

11)

$$\frac{x^2y}{3(x+1)} : \frac{xy^2}{2(x+1)} = \frac{\cancel{x}^x}{\cancel{3}^1 \cdot \cancel{(x+1)}} \cdot \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{(x+1)}}{\cancel{x}^1 \cancel{y}^2} = \frac{2x}{3y}$$

$\hookrightarrow \text{Pod: } x \neq -1$   
 $x \neq 0$   
 $y \neq 0$

## Lomené výrazy 22 – dělení lomených výrazů

Vyděl a zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \frac{3a-3b}{a^2-b^2} : \frac{a-b}{a+b} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{(a-b)}}{\cancel{(a-b)} \cdot \cancel{(a+b)}} \cdot \frac{\cancel{a+b}}{\cancel{a-b}} = \frac{3}{a-b}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $a \neq \pm b$

$$2) \frac{4-x^2}{2x+4} : \frac{2-x}{4} = \frac{\cancel{(2-x)} \cdot \cancel{(2+x)}}{\cancel{2} \cdot \cancel{(x+2)}} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{2-x}} = 2$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq \pm 2$

$$3) \frac{x^4-x^3}{5x^4} : \frac{x^2-x}{10x} = \frac{\cancel{x}^3 \cdot \cancel{(x-1)}}{\cancel{5} \cancel{x}^4} \cdot \frac{\cancel{10} \cancel{x}^2}{\cancel{x} \cdot \cancel{(x-1)}} = \frac{2}{x}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq 0$   
 $x \neq 1$

$$4) \frac{x-1}{x+3} : \frac{(x-1)^2}{x^2-9} = \frac{x-1}{x+3} : \frac{(x-1)^2}{(x+3)(x-3)} = \frac{x-1}{x+3} \cdot \frac{\cancel{(x+3)(x-3)}}{\cancel{(x-1)(x-1)}} = \frac{x-3}{x-1}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq \pm 3$   
 $x \neq 1$

$$5) (x-y) : \frac{x^2-y^2}{(x+y)^2} = \frac{x-y}{1} \cdot \frac{(x+y) \cdot \cancel{(x+y)}}{\cancel{(x-y)} \cdot \cancel{(x+y)}} = x+y$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x+y \neq 0$   
 $x \neq -y$   
 $x \neq y$

$$6) \frac{x^2-y^2}{(x-y)^2} : (x+y)^2 = \frac{\cancel{(x-y)} \cdot \cancel{(x+y)}}{\cancel{(x-y)} \cdot \cancel{(x-y)}} \cdot \frac{1}{(x+y)(x+y)} = \frac{1}{(x-y)(x+y)}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x-y \neq 0$   
 $x \neq y$   
 $x \neq -y$

$$7) \frac{2x-4}{x^2-4} : \frac{1}{x-2} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)} \cdot \cancel{(x+2)}} \cdot \frac{x-2}{1} = \frac{\cancel{2} \cdot (x-2)}{x+2}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq \pm 2$

$$8) \frac{2a-4}{a^2-4} : \frac{1}{a-2} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{(a-2)}}{\cancel{(a-2)} \cdot \cancel{(a+2)}} \cdot \frac{a-2}{1} = \frac{\cancel{2} \cdot (a-2)}{a+2}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $a \neq 2$   
 $a \neq -2$

## Lomené výrazy 23 - procvičování

Zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \frac{8ac - 4bc}{4c} = \frac{4c \cdot (2a - b)}{4c} = 2a - b$$

$\hookrightarrow$  pod:  $c \neq 0$

$$2) \frac{2(x-2)}{4(2-x)} = \frac{x-2}{2 \cdot (2-x)} = \frac{-(-x+2)}{2 \cdot (2-x)} = \frac{-(2-x)}{2 \cdot (2-x)} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq 2$

$$3) \frac{5c+10}{2c^2-8} = \frac{5 \cdot (c+2)}{2 \cdot (c^2-4)} = \frac{5 \cdot (c+2)}{2 \cdot (c+2)(c-2)} = \frac{5}{2 \cdot (c-2)}$$

pod:  $c \neq \pm 2$

$$4) \frac{2x^2-3y^2-z^2}{xy} - \frac{x^2-4y^2+z^2}{xy} = \frac{2x^2-3y^2-z^2-x^2+4y^2-z^2}{xy} = \frac{x^2+y^2-2z^2}{xy}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq 0$   
 $y \neq 0$

$$5) \frac{5p+6}{3p-9} - \frac{p+4}{p-3} = \frac{5p+6}{3 \cdot (p-3)} - \frac{(p+4) \cdot 3}{(p-3) \cdot 3} = \frac{5p+6}{3 \cdot (p-3)} - \frac{3p+12}{3 \cdot (p-3)} = \frac{2p-6}{3 \cdot (p-3)} = \frac{2 \cdot (p-3)}{3 \cdot (p-3)} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

pod:  $p \neq 3$

$$6) \frac{b}{ac} - \frac{b-a}{c^2} = \frac{b \cdot c}{ac \cdot c} - \frac{(b-a) \cdot a}{c^2 \cdot a} = \frac{bc}{ac^2} - \frac{ab-a^2}{ac^2} = \frac{bc-ab+a^2}{ac^2}$$

$\hookrightarrow$   $a \neq 0$   
 $c \neq 0$

$$7) \frac{3}{p-r} - \frac{3}{p+r} = \frac{3(p+r)}{(p-r)(p+r)} - \frac{3(p-r)}{(p+r)(p-r)} = \frac{3p+3r}{(p-r)(p+r)} - \frac{3p-3r}{(p-r)(p+r)} = \frac{6r}{(p-r)(p+r)}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $p+r$   
 $p \neq -r$

## Lomené výrazy 24 - procvičování

Zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \frac{(x+1)^2 \cdot 6x}{x^2-1} = \frac{(x+1)^2}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{6x}{(x-1)(x+1)} = \frac{6x \cdot (x+1)}{x-1}$$

$\hookrightarrow$  Pod:  $x \neq \pm 1$

$$2) \frac{a-b}{3b} \cdot \frac{3a}{2a-2b} = \frac{\cancel{a-b}}{\cancel{3b}} \cdot \frac{\cancel{3a}}{\cancel{2(a-b)}} = \frac{a}{2b}$$

Pod:  $\begin{matrix} b \neq 0 \\ a \neq b \end{matrix}$

$$3) \frac{r^2-9}{r+1} \cdot \frac{r^2-1}{r-3} = \frac{(r-3)(r+3)}{\cancel{r+1}} \cdot \frac{(r-1)(r+1)}{\cancel{r-3}} = (r+3) \cdot (r-1)$$

$\hookrightarrow$   $r \neq -1$   
 $r \neq 3$

$$4) \frac{a^2-b^2}{a-b} \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{\cancel{(a-b)(a+b)}}{\cancel{a-b}} \cdot \frac{\cancel{ab}}{\cancel{a+b}} = ab$$

$\hookrightarrow$   $\begin{matrix} a \neq b \\ a+b \neq 0 \end{matrix}$

$$5) \frac{9ab}{4xy} \cdot \frac{3a^2}{10xy^2} = \frac{\cancel{9} \cancel{a} \cancel{b}}{\cancel{2} \cancel{x} \cancel{y} \cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3} \cancel{a} \cancel{a}^2}{\cancel{10} \cancel{x} \cancel{y} \cancel{2} \cancel{y}^2} = \frac{15by}{2a}$$

Pod:  $x \neq 0$   
 $y \neq 0$   
 $a \neq 0$

$$6) \frac{xy-2y}{xy+2y} = \frac{y \cdot (x-2)}{y \cdot (x+2)} = \frac{x-2}{x+2}$$

$\hookrightarrow$  Pod:  $y \neq 0$   
 $x \neq -2$

$$7) \frac{2x+2y}{3y-6} : \frac{x+y}{y-2} = \frac{\cancel{2} \cdot (x+2)}{\cancel{3} \cdot (y-2)} \cdot \frac{\cancel{y-2}}{\cancel{x+y}} = \frac{2}{3}$$

$\hookrightarrow$  Pod:  $y \neq 2$   
 $x \neq -y$

$$8) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \boxed{\frac{x+y}{1}} = \left( \frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} \right) \cdot \frac{1}{x+y} = \frac{\cancel{x+y}}{\cancel{xy}} \cdot \frac{1}{\cancel{x+y}} = \frac{1}{xy}$$

$\hookrightarrow$   $\begin{matrix} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x+y \neq 0 \\ x \neq -y \end{matrix}$

## Lomené výrazy 25 - procvičování

Zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \left(1 + \frac{1}{y}\right) - \frac{(x+y)}{x} = \frac{xy}{xy} + \frac{x}{xy} - \frac{(x+y) \cdot y}{xy} = \frac{xy + x - xy - y^2}{xy} = \frac{x - y^2}{xy}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq 0$   
 $y \neq 0$

$$2) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot (x+y) - \frac{x}{y} = \left(\frac{y}{xy} + \frac{x}{xy}\right) \cdot (x+y) - \frac{x}{y} = \left(\frac{x+y}{xy}\right) \cdot (x+y) - \frac{x}{y} = \frac{\overbrace{(x+y)(x+y)}^{(x+y)^2}}{xy} - \frac{x \cdot x}{y \cdot x} = \frac{x^2 + 2xy + y^2 - x^2}{xy} = \frac{2xy + y^2}{xy} = \frac{y \cdot (2x+y)}{xy} = \frac{2x+y}{x}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq 0$   
 $y \neq 0$

$$3) \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x}\right) : \left(\frac{x^2}{x} - \frac{x^2}{x-1}\right) = \left(\frac{(x+1)(1-x)}{(1-x)(x)} - \frac{1}{1-x}\right) : \left(\frac{x \cdot (x-1)}{x-1} - \frac{x^2}{x-1}\right) = \frac{1-x^2-1}{1-x} : \frac{x^2-x-x^2}{x-1} = \frac{-x^2}{1-x} \cdot \frac{-x}{x-1}$$

1202EC  
 $(1+x)(1-x) = 1-x^2$   
NEBO ROZVÍJETE

$$= \frac{x}{1-x} \cdot \frac{-(-x+1)}{x-1} = \frac{x}{1-x} \cdot \frac{-1}{1} = -x$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq 1$   
 $x \neq 0$

$$4) \left(\frac{y-1}{y+1} - \frac{1}{y-1}\right) : \frac{y}{y-3} = \left(\frac{(y-1)(y-1)}{(y+1)(y-1)} - \frac{1 \cdot (y+1)}{(y-1)(y+1)}\right) \cdot \frac{y-3}{y} = \frac{y^2 - 2y + 1 - y - 1}{(y+1)(y-1)} \cdot \frac{y-3}{y} = \frac{y^2 - 3y}{(y+1)(y-1)} \cdot \frac{y-3}{y}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $y \neq \pm 1$   
 $y \neq 3$   
 $y \neq 0$

$$\frac{y \cdot (y-3)}{(y+1)(y-1)} \cdot \frac{y-3}{y} = \frac{(y-3)^2}{(y+1)(y-1)}$$

$$5) \left(\frac{x+2}{x} - \frac{x}{x+2}\right) : \left(\frac{x+1}{x}\right) = \left(\frac{(x+2) \cdot (x+2)}{x \cdot (x+2)} - \frac{x \cdot x}{(x+2) \cdot x}\right) : \frac{x+1}{x} = \left(\frac{x^2 + 4x + 4 - x^2}{x \cdot (x+2)}\right) : \frac{x+1}{x}$$

✓

$$\text{pod: } \begin{aligned} &x+1 \neq 0 \\ &x \neq -1 \\ &x \neq 0 \\ &x \neq -2 \end{aligned}$$

$$= \frac{4x+4}{x \cdot (x+2)} \cdot \frac{1}{(x+1)} = \frac{4 \cdot (x+1)}{x \cdot (x+2)} \cdot \frac{1}{x+1} = \frac{4}{x \cdot (x+2)}$$

$$6) \frac{3x-25}{x^2-25} + \frac{2}{x-5} - \frac{4}{x+5} = \frac{3x-25}{(x-5)(x+5)} + \frac{2(x+5)}{(x-5)(x+5)} - \frac{4 \cdot (x-5)}{(x+5)(x-5)} = \frac{3x-25+2x+10-4x+20}{(x-5)(x+5)} = \frac{x+5}{(x-5)(x+5)} = \frac{1}{x-5}$$

$\hookrightarrow$  pod:  $x \neq \pm 5$

## Lomené výrazy 26 - procvičování

Zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \left( \frac{1}{1-a} - 1 \right) : \left( \frac{2a^2}{1-a} - a \right) = \left( \frac{1}{1-a} - \frac{1-a}{1-a} \right) : \left( \frac{2a^2}{1-a} - \frac{a \cdot (1-a)}{1-a} \right) = \left( \frac{1-1+a}{1-a} \right) : \left( \frac{2a^2-a+a^2}{1-a} \right) = \frac{a}{1-a} : \frac{3a^2-a}{1-a}$$

$$= \frac{a}{1-a} \cdot \frac{1-a}{3a^2-a} = \frac{a}{1-a} \cdot \frac{1-a}{a \cdot (3a-1)} = \frac{1}{3a-1}$$

Pod:  
 $a \neq 1$   
 $a \neq 0$   
 $3a-1 \neq 0$   
 $3a \neq 1$   
 $a \neq \frac{1}{3}$

$$2) \left( \frac{x}{x-1} + 1 \right) : \left( \frac{3x^2}{x^2-1} + 1 \right) = \left( \frac{x}{x-1} + \frac{x-1}{x-1} \right) : \left( \frac{3x^2}{x^2-1} + \frac{x^2-1}{x^2-1} \right) = \left( \frac{2x-1}{x-1} \right) : \left( \frac{4x^2-1}{x^2-1} \right)$$

$$= \frac{2x-1}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{4x^2-1} = \frac{2x-1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{x+1}{2x+1}$$

Pod:  
 $x+1 \neq 0$   
 $x \neq -1$   
 $2x+1 \neq 0$   
 $2x \neq -1$   
 $x \neq -\frac{1}{2}$   
 $x \neq \frac{1}{2}$

$$3) \left( \frac{x-1}{x+1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} \right) : \left( \frac{1}{x} - 1 \right) = \left( \frac{\overbrace{(x-1)(x-1)}^{(x-1)^2}}{(x+1)(x-1)} - \frac{x^2+1}{(x+1)(x-1)} \right) : \left( \frac{1}{x} - \frac{x}{x} \right) = \left( \frac{x^2-2x+1-x^2-1}{(x+1)(x-1)} \right) : \left( \frac{1-x}{x} \right)$$

Pod:  
 $x \neq \pm 1$   
 $x \neq 0$

$$= \frac{-2x}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x}{(1-x)} = \frac{-2x^2}{(x+1)(x-1)(x+1)}$$

$$4) \left( \frac{b}{a^2+ab} - \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2+ba} \right) : \left( \frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 2 \right) = \left( \frac{b \cdot b}{a \cdot (a+b) \cdot b} - \frac{2ab}{(a+b)ab} + \frac{a \cdot a}{ab \cdot (b+a)} \right) : \left( \frac{bb+aa-2ab}{ab} \right) = \left( \frac{b^2-2ab+a^2}{ab \cdot (a+b)} \right) : \left( \frac{b^2+a^2-2ab}{ab} \right) = \frac{(a-b)^2}{ab \cdot (a+b)} \cdot \frac{ab}{(a-b)^2} = \frac{1}{a+b}$$

$$1-3m = -(-1+3m) = -(3m-1)$$

$$5) \frac{2 \cdot (m^2+6m+9)}{9m^2+12m+18} : \frac{m^2+3m}{m^2-3m^3} = \frac{2 \cdot (m+3)^2}{(3m-1)(3m+1)} : \frac{m \cdot (m+3)}{m^2 \cdot (1-3m)} = \frac{2 \cdot (m+3)^2}{(3m-1)(3m+1)} \cdot \frac{m}{m \cdot (m+3)} = \frac{2 \cdot (m+3)}{(3m-1)(3m+1)} \cdot \frac{-m \cdot (3m-1)}{1}$$

$$= \frac{-2m \cdot (m+3)}{3m+1}$$

Pod:  
 $3m-1 \neq 0$   
 $3m+1 \neq 0$   
 $m \neq \frac{1}{3}$   
 $m \neq -\frac{1}{3}$   
 $m \neq 0$   
 $m \neq -3$

## Lomené výrazy 27 - procvičování

Zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \frac{(a-2) \cdot (6a+1)}{4} - \frac{9a^2+6a+1}{a+2} : \frac{6a+2}{a^2-4} = \frac{(a-2) \cdot (6a+1)}{4} - \frac{(3a+1)^2}{a+2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{2 \cdot (3a+1)} = \frac{(a-2) \cdot (6a+1)}{4} - \frac{(3a+1) \cdot (a-2) \cdot 2}{2 \cdot 2}$$

Pod:  
 $a \neq \pm 2$   
 $3a+1 \neq 0$   
 $3a+1 \neq 1 \cdot 3$   
 $a \neq -\frac{1}{3}$

$$= \frac{6a^2+a-12a-2}{4} = \frac{6a^2-12a+2a-4}{4} = \underline{\underline{\frac{-6a^2+a-12a-2-6a^2+12a-2a+4}{4}}} \\ = \underline{\underline{\frac{-a+2}{4}}}$$

$$2) \left( \frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2} \right) : \frac{2x-4}{x^2-4} = \left( \frac{x \cdot (x+2)}{(x-2)(x+2)} - \frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)} \right) \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{2 \cdot (x-2)} = \frac{x^2+2x-x^2+2x}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{2 \cdot (x-2)}$$

Pod:  
 $x \neq \pm 2$

$$= \underline{\underline{\frac{x}{x-2}}}$$

$$3) \left( y - \frac{xy}{x+y} \right) : \left( \frac{xy}{x-y} + y \right) = \left( \frac{xy+y^2-xy}{x+y} - \frac{xy}{x+y} \right) : \left( \frac{xy}{x-y} + \frac{y(x-y)}{x-y} \right) = \frac{y^2}{x+y} : \frac{y(2x-y)}{x-y}$$

Pod:  
 $x \neq -y$   
 $y \neq 0$   
 $2x-y \neq 0$   
 $2x+y$

$$= \underline{\underline{\frac{y^2}{x+y} \cdot \frac{x-y}{y(2x-y)}}}$$

$$4) 1 + \frac{x}{1-\frac{x}{x+2}} = 1 + \frac{x}{\frac{x+2}{x+2}-\frac{x}{x+2}} = 1 + \frac{x}{\frac{2}{x+2}} = 1 + x \cdot \frac{2}{x+2} = 1 + x \cdot \frac{x+2}{2} = 1 + \frac{x^2+2x}{2} = \underline{\underline{\frac{x^2+2x+2}{2}}}$$

Pod:  $x \neq -2$

$$5) \frac{1}{a^2+\frac{a}{1+\frac{a}{1-a}}} = \frac{1}{a^2+\frac{a}{\frac{1-a}{1-a}+\frac{a}{1-a}}} = \frac{1}{a^2+\frac{a}{\frac{1}{1-a}}} = \frac{1}{a^2+a \cdot \frac{1}{1-a}} = \frac{1}{a^2+a \cdot \frac{1-a}{1}} = \frac{1}{a^2+a-a^2} = \underline{\underline{\frac{1}{a}}}$$

Pod:  
 $a \neq 1$   
 $a \neq 0$

## Lomené výrazy 28 - procvičování

Zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

1) Přijímací zkoušky Gymnázium Jevíčko 2001

$$\left( \frac{p-1}{p-2} - \frac{p}{p-1} \right) \cdot \left( p - \frac{p}{p+1} \right) \cdot (p^2 - 1) = \left( \frac{p^2 - 2p + 1}{(p-2)(p-1)} - \frac{-p^2 + 2p}{(p-1)(p-2)} \right) \cdot \left( \frac{p^2 + p}{p+1} - \frac{p}{p+1} \right) \cdot \frac{(p^2 - 1)}{1}$$

Pod:  
 $p \neq 0$   
 $p \neq 2$   
 $p \neq 1$   
 $p \neq -1$

$$= \frac{1}{(p-2)(p-1)} \cdot \frac{p^2}{p+1} \cdot \frac{(p-1)(p+1)}{1} = \frac{p^2}{p-2}$$

2) Přijímací zkoušky Gymnázium Praha 2001

$$\frac{\frac{5}{a^2} - \frac{1}{a}}{\frac{3}{a}} : \left[ \frac{4}{3a} + \frac{1}{3 \cdot (a-2b)} \cdot \frac{2ab - a^2 - 2b + a}{a} \right] = \frac{\frac{5-a}{3a}}{\frac{5-a}{3a}} \cdot \frac{\frac{5-a}{3a}}{\frac{5-a}{3a}} = \underline{\underline{1}}$$

Pod:  
 $a \neq 0$   
 $a \neq 2b$

$$\frac{\frac{5}{a^2} - \frac{1}{a}}{\frac{3}{a}} = \frac{\frac{5}{a^2} - \frac{a}{a^2}}{\frac{3}{a}} = \frac{\frac{5-a}{a^2}}{\frac{3}{a}} = \frac{5-a}{a^2} \cdot \frac{a}{3} = \frac{5-a}{a^2} \cdot \frac{a^1}{3} = \frac{5-a}{3a}$$

$$\left[ \frac{4}{3a} + \frac{2ab - a^2 - 2b + a}{3a \cdot (a-2b)} \right] = \frac{4}{3a} + \frac{-a(a-2b) + a-2b}{3a \cdot (a-2b)} = \frac{4}{3a} + \frac{(a-2b)(-a+1)}{3a \cdot (a-2b)} = \frac{4-a+1}{3a} = \frac{5-a}{3a}$$

3) státní maturita 2024

$$\left( \frac{x+1}{2x-2} + \frac{9-3x}{2x^2-2} - \frac{x}{2x+2} \right) : \frac{3}{4x^2-4} = \left( \frac{x+1}{2 \cdot (x-1)} + \frac{9-3x}{2 \cdot (x^2-1)} - \frac{x}{2 \cdot (x+1)} \right) : \frac{3}{4 \cdot (x^2-1)} =$$

$x \neq \pm 1$

$$= \left( \frac{(x+1)(x+1)}{2 \cdot (x-1)(x+1)} + \frac{9-3x}{2 \cdot (x-1)(x+1)} - \frac{-x^2+x}{2 \cdot (x+1)(x-1)} \right) \cdot \frac{4 \cdot (x-1)(x+1)}{3}$$

$$= \left( \frac{x^2+2x+1}{2 \cdot (x-1)(x+1)} + \frac{9-3x}{2 \cdot (x-1)(x+1)} - \frac{-x^2+x}{2 \cdot (x+1)(x-1)} \right) \cdot \frac{2(x-1)(x+1)}{3} = \frac{20}{3}$$

4) státní maturita 2024

$$\left( \frac{6}{x^2-3x} - \frac{12}{x^2-9} \right) : \frac{3}{x^2+3x} = \left( \frac{6}{x \cdot (x-3)} - \frac{12}{(x+3)(x-3)} \right) : \frac{3}{x \cdot (x+3)}$$

Pod:  
 $x \neq 0$   
 $x \neq \pm 3$

$$= \left( \frac{6x+18}{x(x-3)(x+3)} - \frac{-12x}{x \cdot (x+3)(x-3)} \right) \cdot \frac{x \cdot (x+3)}{3} = \frac{-6x+18}{x \cdot (x-3)(x+3)} \cdot \frac{x \cdot (x+3)}{3}$$

$$= \frac{-6x+18}{3 \cdot (x-3)} = \frac{-6 \cdot (x-3)}{3 \cdot (x-3)} = \underline{\underline{-2}}$$

5) státní maturita 2023

$$\left( \frac{x^2+10}{\frac{-x}{x}} - 1 \right) : \frac{5}{x} = \left( \frac{x^2+10}{x^2} - \frac{x^2}{x^2} \right) \cdot \frac{x}{5} = \frac{\frac{10}{x^2} \cdot \frac{x^1}{5}}{1} = \frac{1}{x}$$

$$\left[ \frac{x^2+10}{x} : x \right] = \frac{x^2+10}{x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{x^2+10}{x^2}$$

Pod:  $x \neq 0$